えられる.

$$N_1 = A_1 \times \sigma_1 \quad = b \times dy \times E \times y_1 \times \phi \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.33)$$

となる.

したがって，第 1 層に作用する力 N_1によるモーメント M_1 は，力 N_1 に中心からの距離 y_1を掛けることにより求まるので，

$$M_1 = N_1 \times y_1 = b \times dy \times E \times y_1{}^2 \times \phi \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.34)$$

となる.

第 i 層に作用する力 N_i は，その層の垂直応力度σ_i が (4.32) 式の y_1 を y_i と置くことにより求まり，それに層の断面積 A_iを掛けることにより (4.33) 式と同様に求まる.

各層に作用する力 N_i によるモーメント M_iは，N_i に中心からの距離 y_iを掛けることにより求まるので，全体のモーメント M はこれらの n 層分の総和であり，下半分も同じモーメントになるので 2 倍すると，部材の曲げモーメントは図3.12の定義で負であり

$$-M = 2\sum_{i=1}^{n} M_i = 2Eb\,\phi \sum_{i=1}^{n} y_i{}^2 dy \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.35)$$

曲率は時計回りで正。符号が逆である事を考慮すると，

~~となる.~~ (4.35)式となる。

この式で，y_i と dy を n の関数として定め，級数和の公式より求めることも可能であるが，ここでは，$dy \to 0$ として，定積分で求める.

$$-M = 2Eb\,\phi \int_0^{h/2} y^2 dy = 2Eb\,\phi \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^{h/2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.36)$$

$$= \frac{Eb\,\phi\, h^3}{12} = E\frac{bh^3}{12}\phi$$

これよりモーメント M が作用したときの回転角θを求めると，(4.37)式となる。

$$\theta = \phi x_0 = \frac{-Mx_0}{E}\frac{12}{bh^3} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.37)$$

~~となる.~~

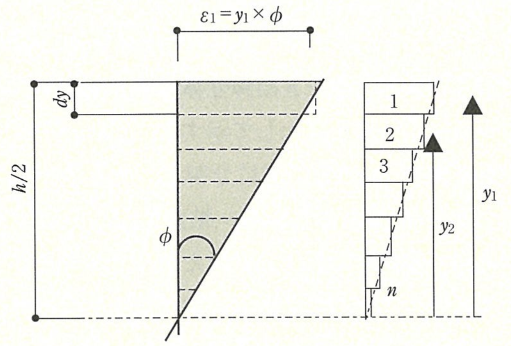
モーメント M（$= P \times l$）が作用したときの回転角θは，ヤング係数 E が大きいほど（材料が硬いほど）小さくなり，bh^3が大きいほど（断面，特に高さ h が大きいほど）小さくなることがわかる.

図4·31は同じ定規に錘をぶら下げた時，横にした場合と，縦にした場合の曲がり方を比べたものである．横にした場合には，b は大きいが h が小さく，大きく曲がっている．縦にした場合には h が大きくなり，その 3 乗で効くので，ほとんど曲がっていない.

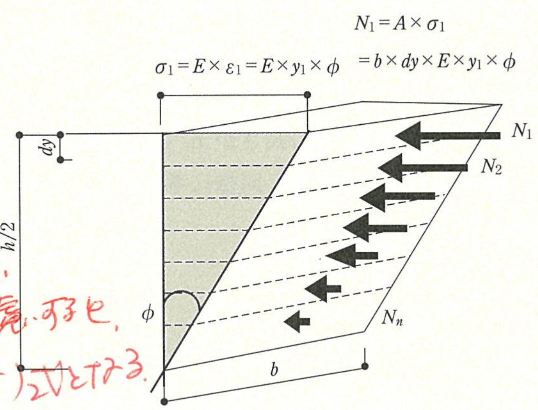
(4.37) 式の中の$12/bh^3$の逆数の $bh^3/12$を I という記号で表すことが多い．この I を用いると，(4.37) 式は次のように表わせる.

$$\theta = \phi x_0 = \frac{-Mx_0}{EI} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.37')$$

すなわち，EI が大きいほど変形量は小さくなる．EI は，

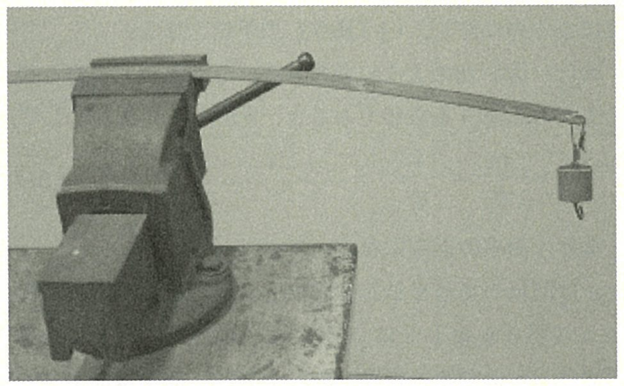


(a) ひずみ度の分布

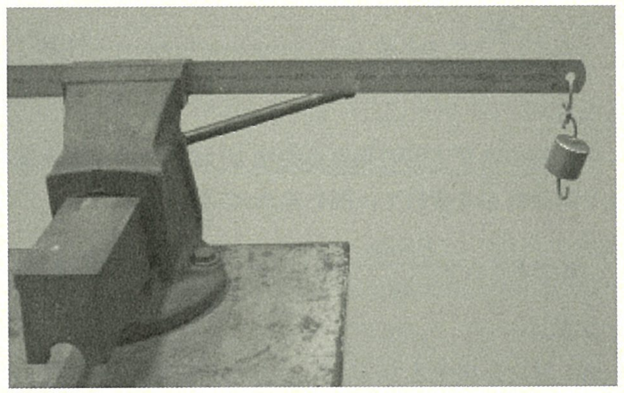


(b) 応力度と力の分布

図4·30　ひずみ度と応力度分布



(a)　定規を横にした場合



(b)　定規を縦にした場合

図4·31　同じ定規の変形の違い

曲げモーメントに対しての回転のしにくさを表す指標となり，曲げ剛性と呼ばれる.

この I という記号で表す $bh^3/12$ は何を意味するのか，(4.36) 式に戻って考えてみよう．(4.36) 式は，外力による曲げモーメント M に釣り合うために，断面内の微小部分に作用する力（＝応力度σ×微小面積dA）に，中心からの距離を掛け，全断面にわたって合計したものである.

断面内の微小部分の垂直応力度 σ は，その位置のひずみ度に一定値であるヤング係数 E を掛けたものであり，ひずみ度は (4.30′) 式に示したように曲率ϕという一定値に中心からの距離を掛けたものである.

(4.36) 式を書き直すと，bdy が微小な高さの断面 dA であり，最下端から積分することにすると，

$$\frac{-M}{E\phi} = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 bdy = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dA \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.36')$$

となる．(4.36) (4.36′) 式の比較より，

$$I = \int_{-h/2}^{h/2} y^2 dA \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.38)$$

と定義される.

これは，断面形状が決まれば一定値となる．この I を，微小断面に中心からの距離の 2 乗を掛けて積分していることから，断面 2 次モーメントと呼ぶ.

表4·2に代表的な断面の断面 2 次モーメントを示す.

また，(4.37′) 式より，

$$\phi = \frac{-M}{EI} = \frac{-M}{E(bh^3/12)} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.39)$$

であり，$dy \to 0$のとき$y_1 \to h/2$であるので，最外端の垂直応力度σは，

$$\sigma = E \times y_1\phi = E \times y_1 \frac{M}{E(bh^3/12)} = \frac{M}{bh^2/6} \quad \cdots\cdots (4.40)$$

となる.

これより，部材の外縁に働く垂直応力度 σ（これを縁応力度と呼ぶ）は，bh^2 が大きいほど（特に断面のせいが大きいほど）小さくなることがわかる．(4.40) 式の中の $bh^2/6$ を Z という記号で表すことが多い．(4.39) (4.40) 式の比較より，

$$Z = \frac{I}{h/2} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.41)$$

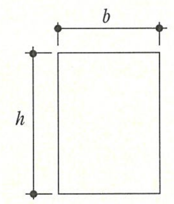
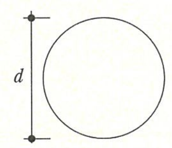
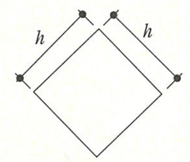
となる．これも I と同じく断面形状が決まれば一定値となり，断面係数と呼ぶ.

表4·2に代表的な断面の断面係数を示す.

この断面係数 Z を用いると，(4.40) 式は次のように表すことができる.

$$\sigma = \frac{M}{Z} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.40')$$

表4·2　断面の係数

断面形状	断面2次モーメント I	断面係数 Z
	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^2}{6}$
	$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^3}{32}$
	$\frac{h^4}{12}$	$\frac{h^3}{6\sqrt{2}}$